线性代数复习题

一、填空题：

1. 设矩阵 A 为三阶方阵，且$|A|=3$，则$|-2A|=$____。

2. 设 $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$,且有$ABC=E$,则$A^{-1}=$______

3. I 为n阶单位矩阵，k为整数，则$R(kI)=$________

4. $\begin{pmatrix}1 & -20 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\\ -1\end{pmatrix}=$_______

5. 已知矩阵 A，B，$C=(c_{ij})_{s\times n}$，满足$AC=CB$，则 A 与 B 分别是_______阶矩阵.

6. 设$\begin{pmatrix}a-b & \mathbf{3} & \mathbf{5}\\ \mathbf{-1} & a+b & \mathbf{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{5}\\ \mathbf{-1} & \mathbf{4} & \mathbf{2}\end{pmatrix}$，则 $a=$______,$b=$______.

7. 一个非零向量是线性___________的，一个零向量是线性__________的.

8. 若A、B 均为 3 阶矩阵，且$|A|=2$，$|B|=5$，则$|5A^*B^{-3}|=$________

9. 设A为 4 阶方阵，且$|A|=-2$，则 A 的伴随矩阵 A^* 的行列式$|A^*|$等于____

10. 已知 B 为可逆矩阵,则$\{[(B^{-1})^T]^{-1}\}^T=$ __________

11．设$A=\begin{pmatrix}3\\ 1\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\end{pmatrix}$，若使$AB+C$可以运算，则$C$的行数必是 _____，列数必是_______

二、选择题：（共 12 分，每题 2 分）

1．n阶方阵A的行列式$|A|\neq 0$是矩阵A可逆的（　　）

A．充分条件　B．必要条件　C．充要条件　D．无关条件

2．A, B, C为 n 阶方阵，则下列各式正确的是(　)

(A) $AB=BA$　　　(B) $AB=0$, 则 $A=0$ 或 $B=0$

C) $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$　　　(D) $AC=BC$ 且 C 可逆, 则 A=B

3..设 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&-2\\0&3&-5\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=($　　$)$

(A) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-5&-2\\0&3&1\end{pmatrix}$　　　(B) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&2\\0&-3&-5\end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-5&2\\0&-3&1\end{pmatrix}$　　　(D) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-5&-2\\0&-3&-1\end{pmatrix}$

4. 设 A、B、C 为 n 阶方阵，则下列说法正确的是（　）

A、若 $AB=O$，则 $|A|=0$ 或 $|B|=0$　　　B、$(A+B)^2=A^2+B^2+2AB$

C、$(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$　　　D、若 $AB=AC$，则 $B=C$

5. 满足矩阵方程 $\begin{pmatrix}1&2&0\\1&-1&2\\1&0&1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}2&1\\1&0\\0&2\end{pmatrix}$ 的矩阵 $X=$（）

A、$\begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix}$　　B、$\begin{pmatrix}2&0\\-1&3\\1&1\end{pmatrix}$　　C、$\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&4\\1&-1&0\end{pmatrix}$　　D、$\begin{pmatrix}-4&7\\3&-3\\4&-5\end{pmatrix}$

6. 已知 A,B,C 均为 n 阶可逆矩阵，且 $ABC=I$，则下列结论必然成立的是（）.

A、$BCA=I$　　B、$ACB=I$　　C、$BAC=I$　　D、$CBA=I$

7. 设 A、B 均为 n 阶矩阵，满足 $AB=O$，则必有（　）

A. $|A|=0$ 或 $|B|=0$　　B. $r(A)=r(B)$　　C. $A=O$ 或 $B=O$　　D. $|A|+|B|=0$

8. 设 A 为 n 阶矩阵，且 $|A|=2$，则 $\left||A|A^T\right|=$（　）

（A）　2^n　　（B）2^{n+1}　　（C）　2^{n-1}　　（D）　4

9. 设 A, B 均为 n 阶方阵，下面结论正确的是(　)。

(A)若 A, B 均可逆，则 $A+B$ 可逆　　（B）若 A, B 均可逆，则 $A\ B$ 可逆

(C)若 $A+B$ 可逆，则 $A-B$ 可逆　　（D）若 $A+B$ 可逆，则 A, B 均可逆

10. 已知 4 阶矩阵 A 的第三列的元素依次为 $1,3,-2,2$，它们的余子式的值分别为 $3,-2,1,1$，则 $|A|=$（　）

(A) 5　　(B) -5　　(C) -3　　(D) 3

11. 设 A 、B 为 n 阶方阵，E 为 n 阶单位阵，则下列等式正确的是（ ）

A、$(A+B)^2=A^2+B^2+2AB$　　B、$(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

C、$A(A+B)=(A+B)A$　　D、$(A+E)^2=A^2+2A+E$

12. 设 $m\times n$ 矩阵 A 的秩等于 n，则必有（ ）。

A、$m=n$　　B、$m<n$　　C、$m>n$　　D、$m\geq n$

13. 设 A 、B 为 n 阶方阵，则下列说法正确的是（ ）

A. 若 $AB=O$，则 $|A|=0$ 或 $|B|=0$　　B. 若 $AB=O$，则 $A=O$ 或 $B=O$

C. 若 $|AB|=0$，则 $A=O$ 或 $B=O$　　D. 若 $|AB|=0$，则 $A=O$ 且 $B=O$

14. 设 A 为 3 阶矩阵，若 $|A|=k\neq 0$，则 $|kA|=$（　）

A、$3k$　　B、k^2　　C、k^3　　D、k^4

15. 设 A 、B 为 n 阶方阵，E 为 n 阶单位阵，则下列等式正确的是（　）

A、若 $AB=AC$，则 $B=C$　　B、$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

C、$A(A+B)=(A+B)A$　　D、$(A+E)^2=A^2+2A+E$

16. 已知向量组 $\alpha_1=(1,1,-1,1),\alpha_2=(2,0,t,0),\alpha_3=(0,-2,5,-2)$ 的秩为 2，则 $t=$（ ）.

A、3　　B、-3　　C、2　　D、-2

17. . 设 n 阶方阵 A、B 满足 AB=0, 则必有（　）

（A）A=0 或 B=0　　（B）$A+B$=0　　（C）$|A|=0$ 或 $|B|=0$　　（D）$|A|+|B|=0$

18. . 设 $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}=5\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, 则 $(y_1,y_2)=$（　）

（A）（1，2）　　（B）（1，1）　　（C）（2，1）　　（D）（1，－1）

19. A，B 均为 n 阶矩阵，且 $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$，则必有（ ）

(A) $B=E$ (B) $A=E$ (C) $AB=BA$ (D) $A=B$

20. 矩阵方程组 $A_{m\times n}X=B$ 有解的充分必要条件是( )

（A） $B=0$ （B） $m<n$ （C） $m=n$ （D） $R(A)=R(A,B)$

21. 设 A 是 2 阶方阵， 且行列式 $|A|=4$，则 $|-3A|=$( )

（A） -12 （B） 12 （C） -36 （D） 36

22. 若有 $\begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ k \\ -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} k \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$, 则 k 等于

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

第三题 计算题：

1. 设 $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$，求 $|AB-BA|$.

2. 设 $A=\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} u & v \\ 8 & 3 \end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ x & y \end{pmatrix}$，且 $A+3B-2C=0$，求 x,y,u,v 的值

3. 设 $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}X=\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ ，求矩阵 X 。

4. 设 $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}A=2\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$，求矩阵 A.

5. 判断矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ 是否可逆，若可逆请求其逆矩阵.

6. 判断矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&2&1\\3&4&3\end{pmatrix}$是否可逆，并求其逆矩阵.

7. 求矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&-1\\3&1&0\\-1&0&-2\end{pmatrix}$的逆矩阵

8．求矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&3&-5&7\\0&1&2&3\\0&0&1&2\\0&0&0&1\end{pmatrix}$的逆矩阵 A^{-1}.

9. **已知矩阵** $A=\begin{pmatrix}1&-2&3\\4&t&12\\3&-1&9\end{pmatrix}$**的秩** $R(A)<3$**，请求** t **的值..**

10. 设 $A=\begin{pmatrix}1&-2&3k\\-1&2k&-3\\k&-2&3\end{pmatrix}$, 问 K 为何值时, 可使

(1) $r(A)=1$, (2) $r(A)=2$, (3) $r(A)=3$

11. 求下矩阵的秩 $A=\begin{pmatrix}3&1&0&2\\1&-1&2&-1\\1&3&-4&4\end{pmatrix}$.

12. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&-1\\3&2&\lambda\\5&6&3\end{pmatrix}$，请讨论矩阵 A 的秩.

13.已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-2&3\\4&t&12\\3&-1&9\end{pmatrix}$的秩 R(A)<3，请求 t 的值..

四、证明题：

1, A，B 都是 n 阶对称阵，证明 AB 是对称阵的充要条件是 AB＝BA

2.设A为为n阶可逆矩阵，A^*为A的伴随矩阵，求证A为满秩矩阵.

3. 当$|A|\neq 0$时，求证$|A^*| = |A|^{n-1}$

4. 若A是反对称矩阵，B是对称矩阵，求证：AB是反对称矩阵的充要条件是$AB=BA$.

5. A为任意矩阵，证明：A^TA和AA^T均为对称矩阵.