线性代数复习题

一、填空题：

1. 设矩阵 A 为三阶方阵，且 $|A|=3$，则 $|-2A|=$____-24。

2. 设 $B=\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$,且有$ABC=E$,则$A^{-1}=$______$\begin{pmatrix}7&10\\1&2\end{pmatrix}$

3. I 为 n 阶单位矩阵，k 为整数，则 $R(kI)=$________ n

4. $\begin{pmatrix}1 & -20 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}=$________$1$.

5. 已知矩阵 A，B，$C=(c_{ij})_{s\times n}$，满足 $AC=CB$，则 A 与 B 分别是____s、n____阶矩阵.

6. 设$\begin{pmatrix}a-b & \mathbf{3} & \mathbf{5}\\ \mathbf{-1} & a+b & \mathbf{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{2}&\mathbf{3}&\mathbf{5}\\ \mathbf{-1}&\mathbf{4}&\mathbf{2}\end{pmatrix}$，则 $a=$______$,b=$______**a=3,b=1**.

7. 一个非零向量是线性___________的，一个零向量是线性__________的.

8. 若 A 、B 均为 3 阶矩阵，且 $|A|=2$，$|B|=5$，则 $|5A^{*}B^{-3}|=$_________4

9. 设 A 为 4 阶方阵，且 $|A|=-2$，则 A 的伴随矩阵 A^{*} 的行列式 $|A^{*}|$ 等于____-8

10. 已知 B 为可逆矩阵,则 $\{[(B^{-1})^{T}]^{-1}\}^{T}=$ ___________B 。

11．设 $A=\begin{pmatrix}3\\1\\0\\0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&3&1\end{pmatrix}$，若使 $AB+C$ 可以运算，则 C 的行数必是 _____，列数必是_______**4，3**。

二、选择题：（共 12 分，每题 2 分）

1． n 阶方阵 A 的行列式 $|A|\neq 0$ 是矩阵 A 可逆的（ C ）

A．充分条件 B．必要条件 C．充要条件 D．无关条件

2. A, B, C 为 n 阶方阵，则下列各式正确的是（D　）

(A) $AB=BA$　　(B) $AB=0$, 则 $A=0$ 或 $B=0$

C) $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$　　(D) $AC=BC$ 且 C 可逆, 则 A=B

3..设 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&-2\\0&3&-5\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$（ C ）

(A) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-5&-2\\0&3&1\end{pmatrix}$　　(B) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&2\\0&-3&-5\end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-5&2\\0&-3&1\end{pmatrix}$　　(D) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-5&-2\\0&-3&-1\end{pmatrix}$

4. 设 A、B、C 为 n 阶方阵，则下列说法正确的是（ A ）

A、若 $AB=O$，则 $|A|=0$ 或 $|B|=0$　　B、$(A+B)^2=A^2+B^2+2AB$

C、$(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$　　D、若 $AB=AC$，则 $B=C$

5. 满足矩阵方程 $\begin{pmatrix}1&2&0\\1&-1&2\\1&0&1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}2&1\\1&0\\0&2\end{pmatrix}$ 的矩阵 $X=$（D）

A、$\begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix}$　　B、$\begin{pmatrix}2&0\\-1&3\\1&1\end{pmatrix}$　　C、$\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&4\\1&-1&0\end{pmatrix}$　　D、$\begin{pmatrix}-4&7\\3&-3\\4&-5\end{pmatrix}$

6. 已知 A,B,C 均为 n 阶可逆矩阵，且 $ABC=I$，则下列结论必然成立的是（A）.

A、$BCA=I$　　B、$ACB=I$　　C、$BAC=I$　　D、$CBA=I$

7. 设 A、B 均为 n 阶矩阵，满足 $AB=O$，则必有（ A ）

A. $|A|=0$ 或 $|B|=0$　　B. $r(A)=r(B)$　　C. $A=O$ 或 $B=O$　　D. $|A|+|B|=0$

8. 设 A 为 n 阶矩阵，且 $|A|=2$，则 $\left||A|A^T\right|=$（ B ）

（A） 2^n　　（B）2^{n+1}　　（C） 2^{n-1}　　（D） 4

9. 设A, B均为n 阶方阵，下面结论正确的是（ B ）。

(A)若A, B均可逆，则$A+B$可逆　　（B）若A, B均可逆，则$A\ B$可逆

(C)若$A+B$可逆，则$A-B$可逆　　（D）若$A+B$可逆，则A, B均可逆

10. 已知4阶矩阵A的第三列的元素依次为$1,3,-2,2$，它们的余子式的值分别为$3,-2,1,1$，则$|A|=$（ A ）

(A) 5　　(B) −5　　(C) −3　　(D) 3

11. 设A、B为n阶方阵，E为n阶单位阵，则下列等式正确的是（D ）

A、$(A+B)^2=A^2+B^2+2AB$　　B、$(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

C、$A(A+B)=(A+B)A$　　D、$(A+E)^2=A^2+2A+E$

12. 设$m\times n$矩阵A的秩等于n，则必有（D ）。

A、$m=n$　　B、$m<n$　　C、$m>n$　　D、$m\ge n$

13. 设A、B为n阶方阵，则下列说法正确的是（A ）

A. 若$AB=O$，则$|A|=0$或$|B|=0$　　B. 若$AB=O$，则$A=O$或$B=O$

C. 若$|AB|=0$，则$A=O$或$B=O$　　D. 若$|AB|=0$，则$A=O$且$B=O$

14. 设A为3阶矩阵，若$|A|=k\neq 0$，则$|kA|=$ （D ）

A、$3k$　　B、k^2　　C、k^3　　D、k^4

15. 设A、B为n阶方阵，E为n阶单位阵，则下列等式正确的是（D ）

A、若$AB=AC$，则$B=C$　　B、$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

C、$A(A+B)=(A+B)A$　　D、$(A+E)^2=A^2+2A+E$

16. 已知向量组$\alpha_1=(1,1,-1,1),\alpha_2=(2,0,t,0),\alpha_3=(0,-2,5,-2)$的秩为2,则$t=$（A ）.

A、3　　B、-3　　C、2　　D、-2

17. . 设n阶方阵A、B满足AB=0, 则必有（C ）

（A）A=0或B=0　　（B）$A+B$=0　　（C）$|A|=0$或$|B|=0$　　（D）$|A|+|B|=0$

18.. 设$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}=5\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$，则$(y_1, y_2)=$（ B ）

（A）（1，2）　（B）（1，1）　（C）（2，1）　（D）（1，－1）

19. A，B均为n阶矩阵，且$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$，则必有（ C ）

(A) $B=E$　(B) $A=E$　(C) $AB=BA$　(D) $A=B$

20. 矩阵方程组 $A_{m\times n}X=B$ 有解的充分必要条件是(D　)

（A） $B=0$　（B） $m<n$　（C） $m=n$　（D） $R(A)=R(A,B)$

21. 设A是2阶方阵， 且行列式$|A|=4$，则$|-3A|=$(D)

（A） -12　（B） 12　（C） -36　（D） 36

22. 若有 $\begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ k \\ -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} k \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$，则$k$ 等于 A

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

第三题　计算题：

1. 设$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$，求$|AB-BA|$.

解：$\because BA-AB=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

$\therefore |BA-AB|=\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{vmatrix}=2$

2. 设$A=\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} u & v \\ 8 & 3 \end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ x & y \end{pmatrix}$，且$A+3B-2C=0$，求$x,y,u,v$的值

解：$A+3B-2C=0$,即

左边$=\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}+3\begin{pmatrix} u & v \\ 8 & 3 \end{pmatrix}-2\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ x & y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x+3u-6 & 0+3v+4 \\ 0+24-2x & y+9-2y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x+3u-6 & 3v+4 \\ 24-2x & 9-y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

这时，$x=12,y=9,u=-2,v=-\frac{4}{3}$

3．设 $\begin{pmatrix}4 & 1\\6 & 1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}5 & 4\\5 & 8\end{pmatrix}$，求矩阵 X。

记 $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\6 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & 4\\5 & 8\end{pmatrix}$,先求出矩阵 A 的逆矩阵，再和矩阵 $B=\begin{pmatrix}5 & 4\\5 & 8\end{pmatrix}$ 相乘

$\because |A|=\begin{vmatrix}4 & 1\\6 & 1\end{vmatrix}=-2\neq 0,\qquad \therefore A=\begin{pmatrix}4 & 1\\6 & 1\end{pmatrix}$ 可 逆 ， 且

$$A^{-1}=\frac{1}{-2}\begin{pmatrix}1 & -1\\-6 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\3 & -2\end{pmatrix}$$

$$X=A^{-1}B=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\3 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5 & 4\\5 & 8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2\\5 & -4\end{pmatrix}$$

4. 设 $\begin{pmatrix}3 & 1\\5 & 2\end{pmatrix}A=2\begin{pmatrix}1 & 2\\1 & 1\end{pmatrix}$，求矩阵 A.

解 $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\5 & 2\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}2 & 4\\2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -1\\-5 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 4\\2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 6\\-4 & -14\end{pmatrix}$

5. 判断矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\2 & 1 & 0\\-1 & -1 & 0\end{pmatrix}$ 是否可逆，若可逆请求其逆矩阵.

解; $\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0\\3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\-1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1\end{array}\right)\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0\\0 & -5 & 3 & -3 & 1 & 0\\0 & 2 & -3 & 1 & 0 & 1\end{array}\right)$

$$\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0\\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & 0\\ 0 & 0 & -\frac{9}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 1\end{array}\right)\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 0 & -\frac{2}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9}\\ 0 & 1 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3}\\ 0 & 0 & -\frac{9}{5} & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9}\end{array}\right)$$

故 $A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9}\\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3}\\ \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9}\end{pmatrix}$

6. 判断矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 2 & 1\\ 3 & 4 & 3\end{pmatrix}$ 是否可逆，并求其逆矩阵.

解; 因为 $|A|=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 2 & 1\\ 3 & 4 & 3\end{vmatrix}=2\neq 0$ ，所以 A 是可逆的。

$M_{11}=2$，$M_{12}=3$，$M_{13}=2$，$M_{21}=-6$，$M_{22}=-6$，$M_{25}=-2$，

$M_{31}=-4$，$M_{32}=-5$，$M_{33}=-2$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}A^{*}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2 & 6 & -4\\ -3 & -6 & 5\\ 2 & 2 & -2\end{pmatrix}$$

7. 求矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & 1 & 0\\ -1 & 0 & -2\end{pmatrix}$ 的逆矩阵

解; $\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0\\ 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1\end{array}\right)\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -5 & 3 & -3 & 1 & 0\\ 0 & 2 & -3 & 1 & 0 & 1\end{array}\right)$

$$\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0\\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & 0\\ 0 & 0 & -\frac{9}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 1\end{array}\right)\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 0 & -\frac{2}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9}\\ 0 & 1 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3}\\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9}\end{array}\right)$$

故 $A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9}\\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3}\\ \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9}\end{pmatrix}$

8．求矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -5 & 7\\ 0 & 1 & 2 & 3\\ 0 & 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$的逆矩阵 A^{-1}.

解:

因为$|A|=1\neq 0$,所以矩阵 A 可逆.利用矩阵的初等行变换法求 A^{-1},

$$(A\vdots E)\xrightarrow{\text{初等行变换}}\left(\begin{array}{cccc}1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & -3 & 11 & -20\\ 0 & 1 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 & -2 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 1 & -2\\ 0 & 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 1\end{array}\right)$$

故 $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -3 & 11 & -20\\ 0 & 1 & -2 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

9. **已知矩阵** $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 4 & t & 12\\ 3 & -1 & 9\end{pmatrix}$ **的秩** $R(A)<3$**，请求** t **的值..**

解：对矩阵 A 作初等变换

$$A\xrightarrow[r_3-3r_1]{r_2-4r_1}\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 0 & t-8 & 11\\ 0 & -7 & -7\end{pmatrix}\xrightarrow[r_2\leftrightarrow r_3]{-\frac{1}{7}r_3}\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & t-8 & 11\end{pmatrix}$$

(7 分)

$$\xrightarrow{r_3-(t-8)r_2}\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & t+3\end{pmatrix}$$

故当 t = -3 时,矩阵 A 的秩 R(A) <3..

10. 设 $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3k\\ -1 & 2k & -3\\ k & -2 & 3\end{pmatrix}$, 问 K 为何值时, 可使

(1) $r(A)=1$, (2) $r(A)=2$, (3) $r(A)=3$

解. $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3k\\ -1 & 2k & -3\\ k & -2 & 3\end{pmatrix}\xrightarrow[r_3-kr_1]{r_2+r_1}\begin{pmatrix}1 & -2 & 3k\\ 0 & 2(k-1) & 3(-1+k)\\ 0 & 2(k-1) & 3(1-k^2)\end{pmatrix}\xrightarrow{r_3-r_2}\begin{pmatrix}1 & -2 & 3k\\ 0 & 2(k-1) & 3(-1+k)\\ 0 & 0 & -3(k-1)(2+k)\end{pmatrix}$

当 $k=1$ 时, $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3k\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}, r(A)=1$

当 $k=-2$ 时, $r(A)=2$

当 $k\neq 1, k\neq -2$ 时, $r(A)=3$

11. 求下矩阵的秩 $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0 & 2\\ 1 & -1 & 2 & -1\\ 1 & 3 & -4 & 4\end{pmatrix}$.

解 $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0 & 2\\ 1 & -1 & 2 & -1\\ 1 & 3 & -4 & 4\end{pmatrix}\xrightarrow{r_1\leftrightarrow r_2}\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & -1\\ 3 & 1 & 0 & 2\\ 1 & 3 & -4 & 4\end{pmatrix}\xrightarrow[r_3-r_1]{r_2-3r_1}\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & -1\\ 0 & 4 & -6 & 5\\ 0 & 4 & -6 & 5\end{pmatrix}$

$\xrightarrow{r_3-r_1}\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & -1\\ 0 & 4 & -6 & 5\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$, 故 $R(A)=2$

12. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & 2 & \lambda\\ 5 & 6 & 3\end{pmatrix}$, 请讨论矩阵 A 的秩.

解：对矩阵 A 作初等变换

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & 2 & \lambda\\ 5 & 6 & 3\end{pmatrix}\xrightarrow[r_3-5r_1]{r_2-3r_1}\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & -4 & \lambda+3\\ 0 & -4 & 8\end{pmatrix}\xrightarrow{r_3-r_2}\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & -4 & \lambda+3\\ 0 & 0 & 5-\lambda\end{pmatrix}$$

故当$\lambda=5$时，$r(A)=2$;故当$\lambda\neq 5$时，$r(A)=3$.

13.已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 4 & t & 12\\ 3 & -1 & 9\end{pmatrix}$的秩 R(A)<3，请求 t 的值..

解：对矩阵 A 作初等变换

$$A\xrightarrow[r_3-3r_1]{r_2-4r_1}\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 0 & t-8 & 11\\ 0 & -7 & -7\end{pmatrix}\xrightarrow[r_2\leftrightarrow r_3]{-\frac{1}{7}r_3}\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & t-8 & 11\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_3-(t-8)r_2}\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & t+3\end{pmatrix}$$

故当 t = -3 时,矩阵 A 的秩 R(A) <3..

四、证明题：

1, A，B 都是 n 阶对称阵，证明 AB 是对称阵的充要条件是 AB＝BA

1、证明：由 A，B 都是 n 阶对称阵 $\therefore A^T=A,B^T=B$

充分性：$\because\left(AB\right)^T=B^TA^T=BA$ 又$\because AB=BA$

$\therefore\left(AB\right)^T=AB$ ，即 AB 是对称阵

必要性：设 AB 是对称阵，则

$AB=\left(AB\right)^T=B^TA^T=BA\therefore AB=BA$

2.设A 为为n阶可逆矩阵，A^*为A 的伴随矩阵，求证A 为满秩矩阵.

由A 为可逆矩阵，则$|A|\neq 0$

又由$\left|AA^*\right| = \left\|A\right|E\right|$ 得$\left|A^*\right| = \left|A\right|^{n-1} \neq 0$

所以A^*满秩

3. 当$|A| \neq 0$时，求证$\left|A^*\right| = |A|^{n-1}$

证 $\left|AA^*\right| = \left\|A\right| E\right| = |A|^{n}$，即$|A|\left|A^*\right| = |A|^{n}$，则$\left|A^*\right| = |A|^{n-1}$

4. 若A是反对称矩阵，B是对称矩阵，求证：AB是反对称矩阵的充要条件是$AB = BA$.

证证明：(必要性) AB为反对称矩阵，A为反对称矩阵，B为对称矩阵，则，

$AB = -(AB)^T = -B^T A^T = BA$ 即A, B可交换.

再证充分性，由$AB = BA$，A为反对称矩阵，B为对称矩阵，则

$(AB)^T = B^T A^T = B(-A) = -BA = -AB$，即$AB$为反对称矩阵.

4. A为任意矩阵，证明：$A^T A$和AA^T均为对称矩阵.

证明：由A为矩阵

则$(A^T A)^T = A^T (A^T)^T = A^T A$,

且$(AA^T)^T = (A^T)^T A^T = A^T$

故$A^T A$和AA^T均为对称矩阵